Edice LIDOVÁ MATEMATIKA

Kvadratická rovnice

Řada druhého ročníku SŠ

Jiří Reichel

2021

Kvadratická rovnice

Je to rovnice, ve které se (po možných úpravách) objeví na levé straně mnohočlen s druhou mocninou a na pravé 0 (nula). Předvedeme řešení prakticky na řadě příkladů.

Základní tvar rovnice:

$ax^2 + bx + c = 0$

Pozor! a, b, c jsou čísla, žádné **x** v nich není.

Výpočet pomocí diskriminantu

Diskriminant je speciální konstanta kvadratické rovnice, pomocí které se počítají kořeny. Výpočet pomocí diskriminantu je u kvadratické rovnice univerzálně použitelný, funguje i u složitějších výsledků. Jednoznačně mu při výuce dávám přednost. Dále existují ještě tzv. Viètovy vzorce, které si ukážeme později. Výpočet pomocí Viètových vzorců je v určitých případech rychlejší, elegantnější, ale předpokládá „hezké“ výsledky.

Příklad 01:

$x^2 - 3x - 4 = 0$

1) Najděte a, b, c

$a = 1$	$1x^2$	když před proměnnou není nic, je násobek 1
$b = -3$	$-3x$	nezapomínat na znaménko, častá chyba
$c = -4$		totéž

2) Dále spočítáme D … tzv. **diskriminant**

$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 . 1 . (-4) = 9 + 16 = 25$

Pozor, v tomto kroku jsou nejčastější chyby. **Dávat pozor na znaménka!** Mínus × mínus je plus!

3) Vyhodnotíme D:

$D > 0$ rovnice má dva kořeny x_1 a x_2.

$D = 0$ rovnice má jeden kořen x.

$D < 0$ rovnice nemá řešení v oboru reálných čísel.

Pokud rovnice nemá řešení, dál nepokračujeme, jinak použijeme vzorec

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

V našem případě $x_1, x_2 = \dfrac{3 \pm \sqrt{25}}{2.1} = \dfrac{3 \pm 5}{2}$

$\underline{x_1, x_2 = \{-1;4\}}$

Příklad 02:

$x^2 - 3x - 4 = 0$

A nyní si zkusíme již zmiňované **Viètovy vzorce**.

1) Opět najdeme a, b, c, stejně jako u předchozího postupu

$a = 1$

$b = -3$

$c = -4$

2) Viètovy vzorce:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \qquad x_1 \,.\, x_2 = \frac{c}{a}$$

3) Dosadíme a vypočteme

$x_1 + x_2 = 3$

$x_1 \,.\, x_2 = -4$

A teď musíme samostatně přemýšlet. Součin je záporný, takže kořeny mají opačné znaménko. Součet je kladný, takže kladný kořen bude v absolutní hodnotě větší o 3.

Odhad:

Součin by mohl být -1 . 4 nebo -4 . 1. Podmínkám vyhovuje první možnost. Proto:

$x_1, x_2 = \{-1;4\}$

Pokud vycházejí desetinná čísla, odhady nefungují a během výpočtu soustavy rovnic se znovu dostáváme ke kvadratické rovnici.

Příklady k procvičení:

Příklady jsou vhodné i procvičení Viètových vzorců.

a)	$x^2 + 2x - 3 = 0$	$D = 16$	$x \in \{-3; 1\}$
b)	$x^2 + 2x - 15 = 0$	$D = 64$	$x \in \{-5; 3\}$
c)	$x^2 - 2x + 15 = 0$	$D = -56$	$x \in \{\}$ *jiný zápis:* $x \in \emptyset$
d)	$2x^2 + 4x - 30 = 0$	$D = 64$	$x \in \{-5; 3\}$ *krátíme*
e)	$x^2 - 5x - 6 = 0$	$D = 49$	$x \in \{-1; 6\}$
f)	$x^2 - 10x + 21 = 0$	$D = 16$	$x \in \{3; 7\}$
g)	$x^3 + 2x^2 - 3x = 0$	$D = 16$	$x \in \{-3; 0; 1\}$ *vytýkáme*
h)	$x^2 - 2x + 4 = 0$	$D = -12$	$x \in \{\}$ *jiný zápis:* $x \in \emptyset$