

Edice LIDOVÁ MATEMATIKA

Stereometrie 3

Řezy tělesa rovinou

Řada třetího ročníku SŠ

Jiří Reichel

2021

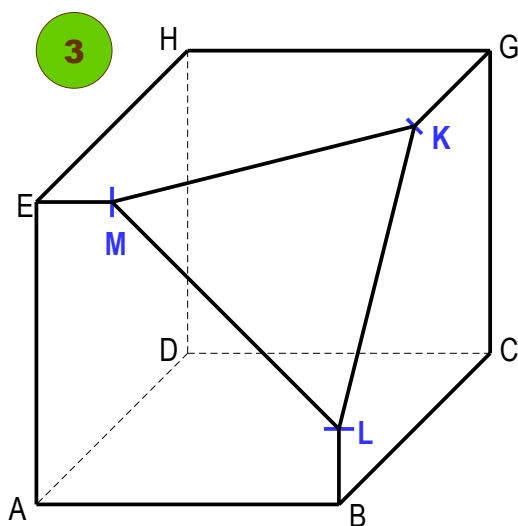
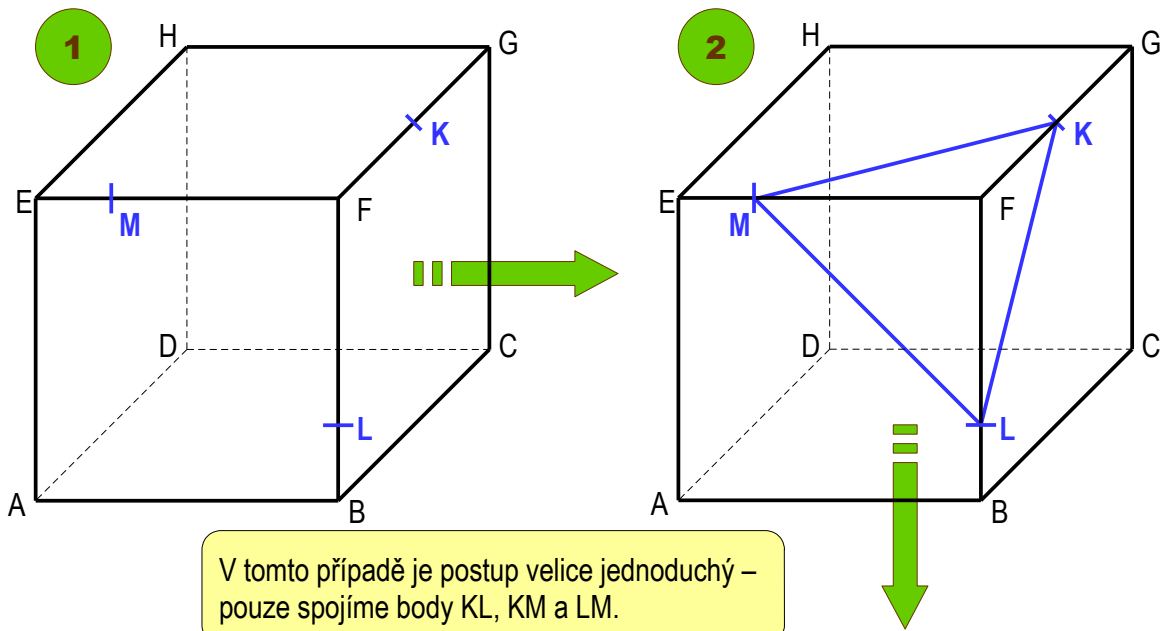
Matematika

Řezy tělesa rovinou

Poslední část stereometrie se zabývá řezy těles, kterými prochází zadaná rovina. Teorie by byla k ničemu, vše si předvedeme na příkladech.

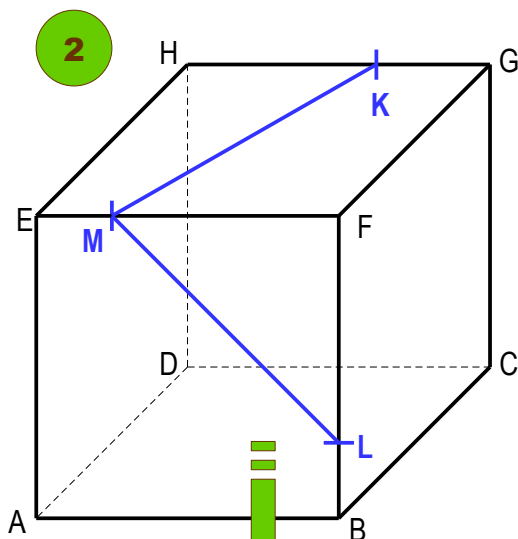
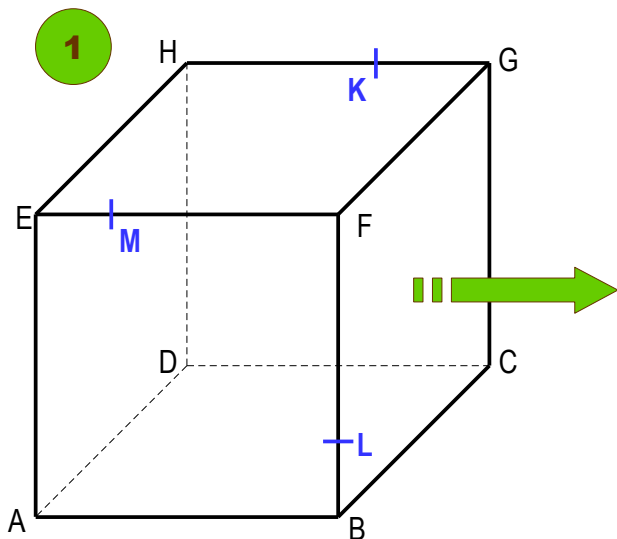
Příklad 01:

Je dána krychle $ABCDEFGH$ o hraně 4 cm a body KLM , které určují rovinu. Najděte řez dané roviny a krychle.



Příklad 02:

Je dána krychle $ABCDEFGH$ o hraně 4 cm a body KLM , které určují rovinu. Najděte řez dané roviny a krychle. Jak vidíte, zadání se nemění, ale poloha bodů ano.

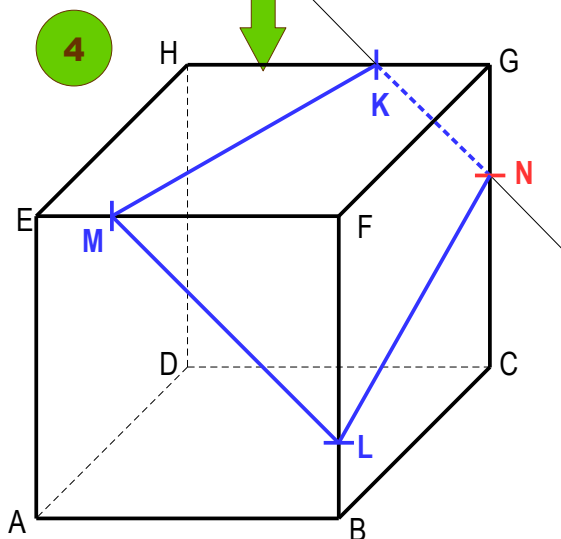
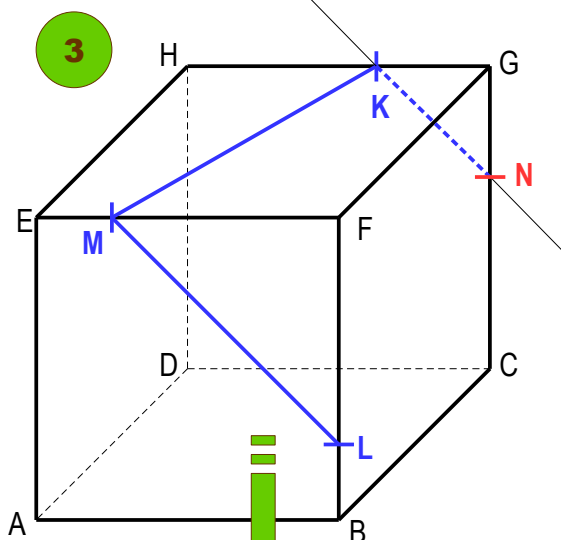


Spojíme body ML a KM. Ale co dál? Přímá spojnice po povrchu krychle mezi body K a L neexistuje.

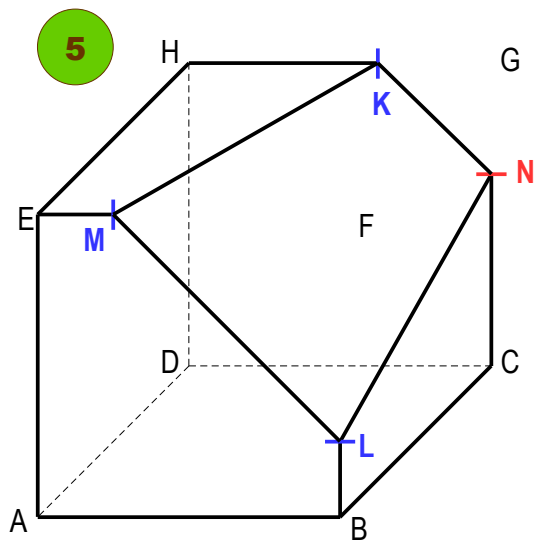
Využijeme 4 hlavní zásady konstrukce řezu:

- 1) Musíme vytvořit spojitý řez (lomená čára řezu musí být uzavřena, spojujeme body na 1 stěně)
- 2) Řez je veden pouze po povrchu tělesa
- 3) Na každé stěně může být nejvýše jedna přímka řezu. Tato přímka se na stěně neláme.
- 4) Řezy na protějších stěnách jsou rovnoběžné

Tedy: na zadní stěně (CDHG) vytvoříme rovnoběžku s úsečkou LM, která bude procházet bodem K. Průsečík této rovnoběžky a strany CG označíme jako N.



Nyní spojíme body LN a řez je uzavřen. Výsledné těleso je na další straně.

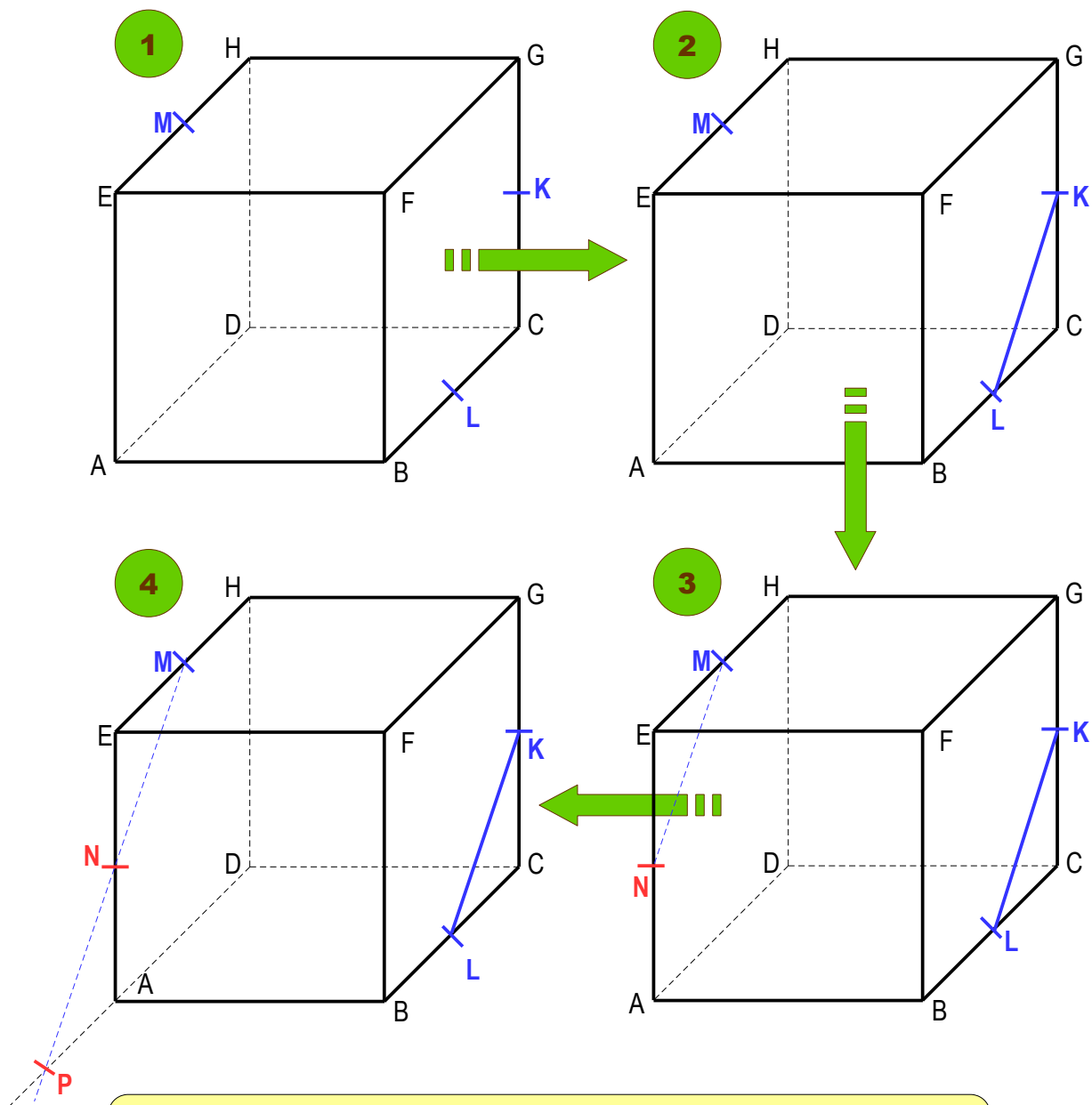


Ani tento postup nebyl příliš náročný. Jediná technika, kterou jsme kromě spojování bodů využili, byly rovnoběžky.

Následující příklad bude zase obtížnější, použijeme projekci.

Příklad 03:

Je dána krychle $ABCDEFGH$ o hraně 4 cm a body KLM , které určují rovinu. Najděte řez dané roviny a krychle. Opět se změnila pouze poloha bodů.



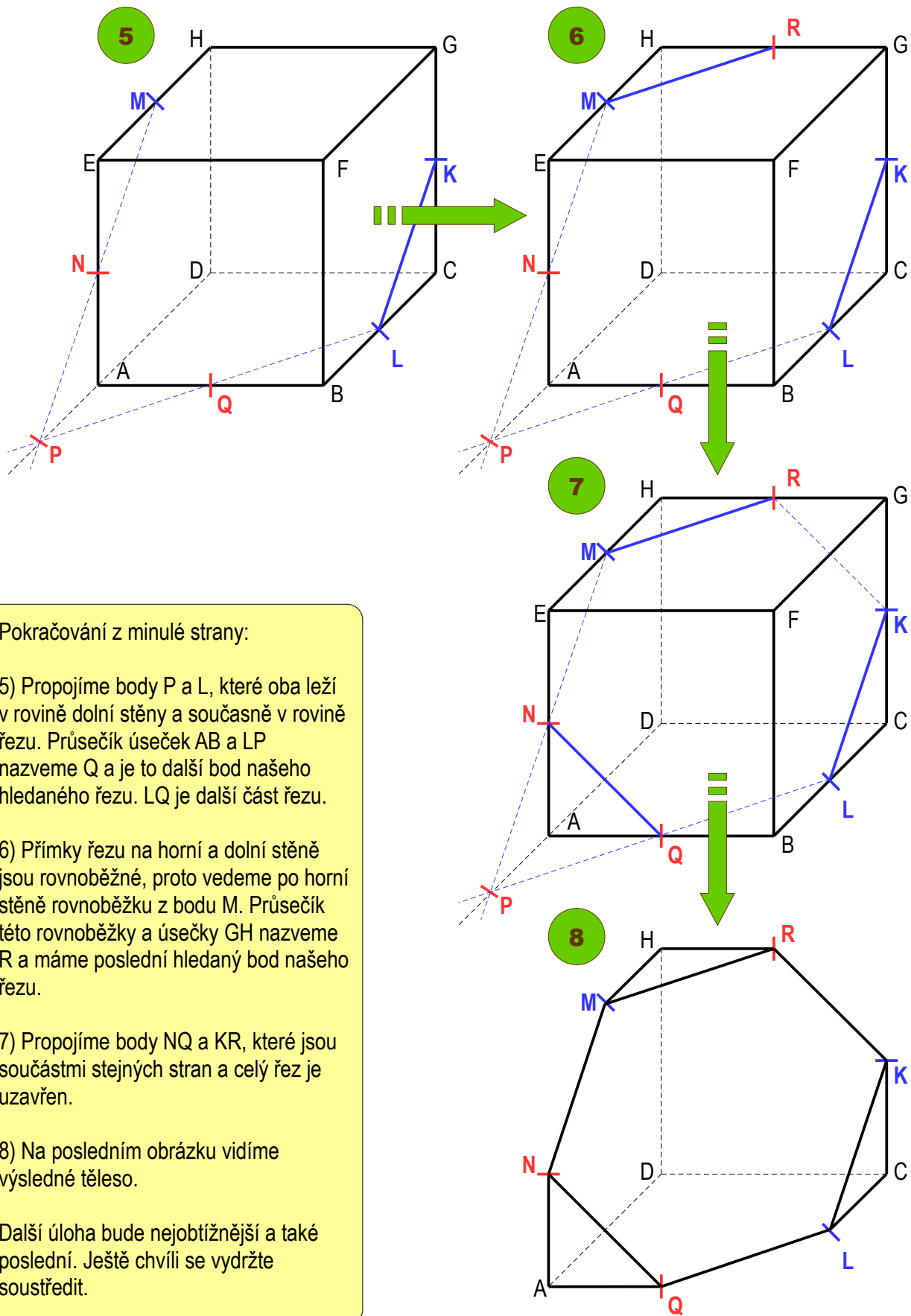
1) Zadání

2) Spojíme body KL , jediné dva body, které lze přímo spojit.

3) Na levé stěně sestrojíme rovnoběžku s úsečkou KL , která prochází bodem M a protíná hranu AE . Průsečík označíme N .

4) Abychom mohli sestrojít průsečnici roviny KLM a spodní stěny, musíme najít ještě jeden bod, kde se spodní stěna a rovina řezu protínají. MN je součástí roviny řezu. DA je součástí spodní stěny. Protáhneme polopřímky MN a DA tak, aby vznikl jejich průsečík. Ten je součástí obou rovin a označíme jej P .

Pokračování na další straně.



Pokračování z minulé strany:

5) Propojíme body P a L, které oba leží v rovině dolní stěny a současně v rovině řezu. Průsečík úseček AB a LP nazveme Q a je to další bod našeho hledaného řezu. LQ je další část řezu.

6) Přímky řezu na horní a dolní stěně jsou rovnoběžné, proto vedeme po horní stěně rovnoběžku z bodu M. Průsečík této rovnoběžky a úsečky GH nazveme R a máme poslední hledaný bod našeho řezu.

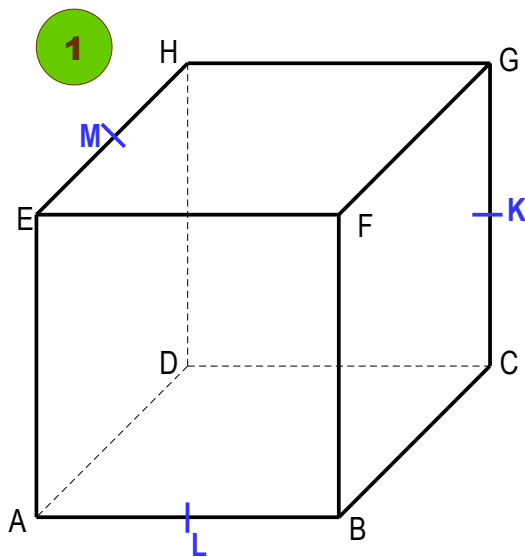
7) Propojíme body NQ a KR, které jsou součástmi stejných stran a celý řez je uzavřen.

8) Na posledním obrázku vidíme výsledné těleso.

Další úloha bude nejobtížnější a také poslední. Ještě chvíli se vydržte soustředit.

Příklad 04:

Je dána krychle $ABCDEFGH$ o hraně 4 cm a body KLM , které určují rovinu. Najděte řez dané roviny a krychle. Myslím, že si na toto zadání už začínáte zvykat.



Nejobtížnější zadání.

V prvním kroku nejdou spojit žádné dva body, nemůžeme konstruovat žádné rovnoběžky, žádné projekce a posuny bodů...

Žádné projekce a posuny?

Přece je tu jedna možnost.

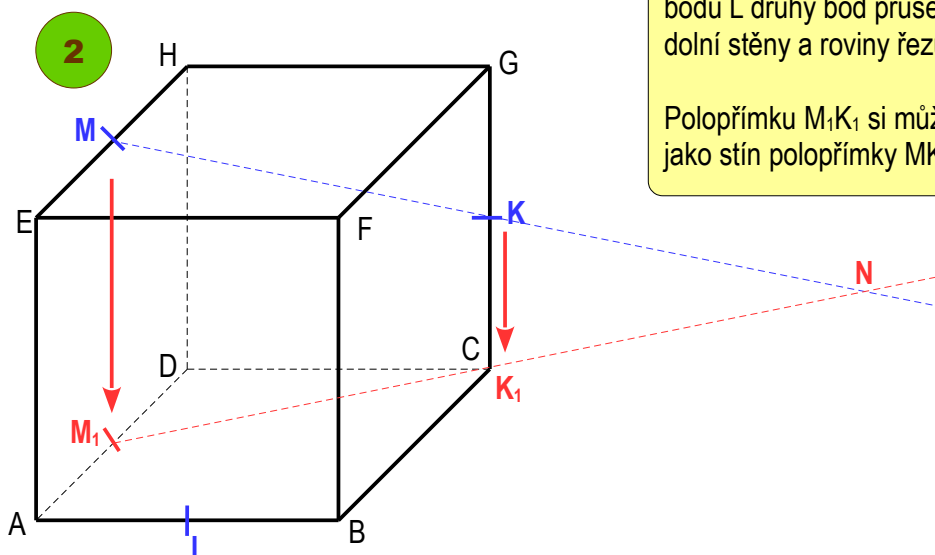
Bod L je součástí přední a dolní stěny, bod M patří na levou a horní a bod K náleží k pravé a zadní stěně.

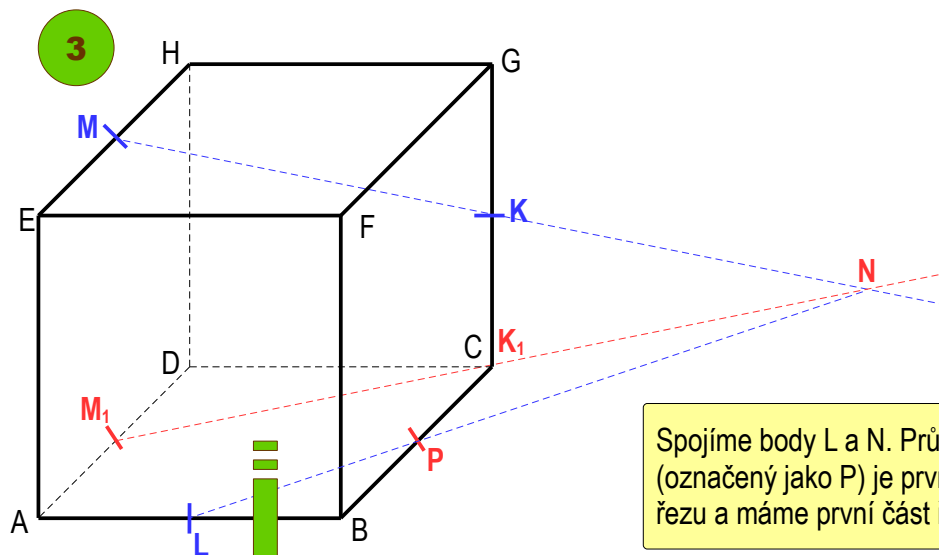
Zvolíme jednu ze stěn (zde jsem vybral dolní) a body, které na ní **neleží**, na ni pravouhle promítneme.

Bod M se tedy promítl do bodu M_1 a bod K do bodu K_1 .

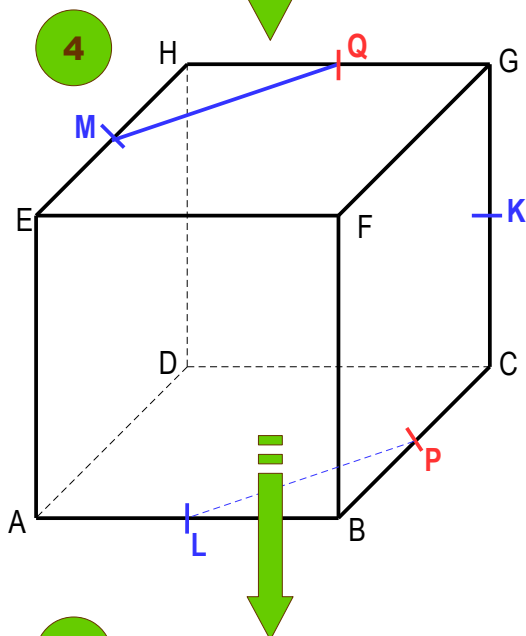
Narýsujeme polopřímky MK a M_1K_1 a jejich průsečík (zde nazvaný N) je vedle bodu L druhý bod průsečnice roviny dolní stěny a roviny řezu.

Polopřímku M_1K_1 si můžeme představit jako stín polopřímky MK na dolní stěně.

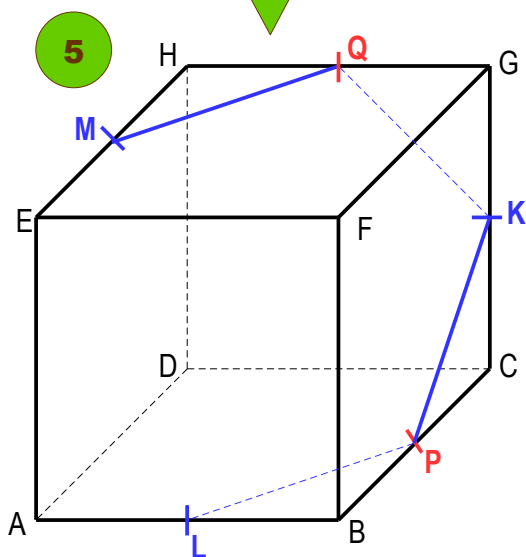




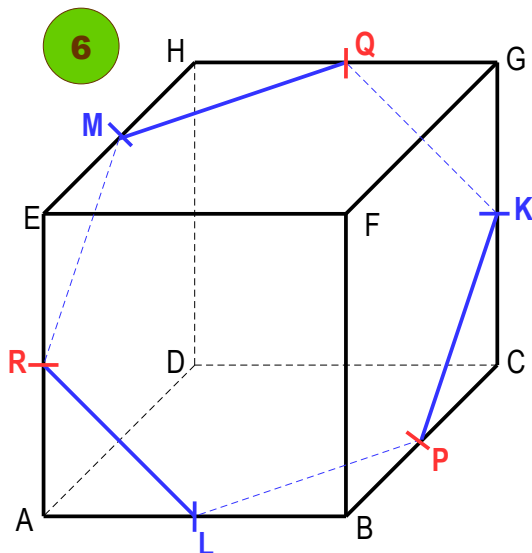
Spojíme body L a N. Průsečík LN a BC (označený jako P) je první nalezený bod řezu a máme první část řezu, úsečku LP.



Bodem M vedeme po horní stěně rovnoběžku s úsečkou LP, její průsečík s hranou GH označíme jako Q.



Spojíme body KP a KQ, čímž získáme další dvě části řezu. Začíná to být příliš jednoduché.



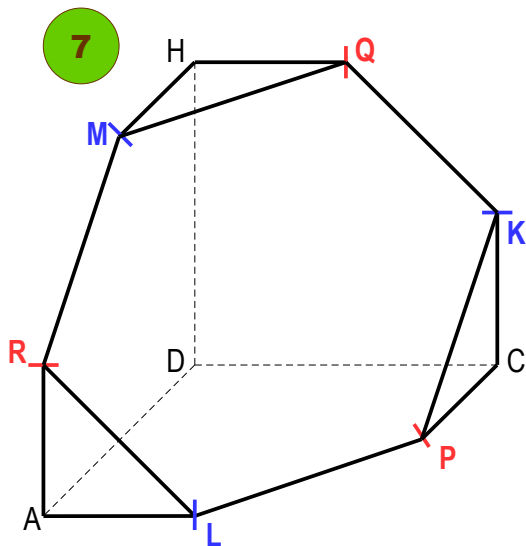
Nyní už to vezmeme zkrátka.

Na levé stěně vytvoříme rovnoběžku s úsečkou KP, průsečík s hranou AE nazveme R.

Spojíme body MR a LR a řez je uzavřený. Na dalším obrázku vidíme výsledné těleso.

Zajímavost – výsledné těleso vyšlo stejné jako v minulém případě.

Tím bych povídání o řezech ukončil a můžeme se rozloučit se stereometrií.



Jako základní příklady by uvedené problémy mohly stačit. Tímto končí třetí a poslední díl stereometrie a těší se na nás analytická geometrie.